EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….021**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul vectorului $\vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, 4)$ și $C(4, -5)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{6}$.

(4p) **d)** Să se determine ecuația tangentei la cercul $x^2 + y^2 = 25$ în punctul $P(3, -4)$.

(2p) **e)** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC în care $AB = 2$, $AC = 2$ și $m(\angle BAC) = 30^\circ$.

(2p) **f)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $a + bi = \left(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ\right)^3$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze elementul $\hat{2}^{2007}$ în $(\mathbf{Z}_{12}, \cdot)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $C_{12}^3 - C_{12}^9$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_2 x = \log_4 x$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x = 4^x$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n! < n^3$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 2x - 10$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n \to \infty} \frac{2\sqrt{n} + 3}{5\sqrt{n} - 2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbf{C}$ şi $g = X^3 + X^2 + X + 1$, care are rădăcinile $y_1, y_2, y_3 \in \mathbf{C}$.

(4p) **a)** Să se determine câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g.

(4p) **b)** Să se calculeze $g(-1)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$.

(2p) **d)** Să se determine y_1, y_2 şi y_3.

(2p) **e)** Să se calculeze $y_1^{2007} + y_2^{2007} + y_3^{2007}$.

(2p) **f)** Să se arate că numărul $b = g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4)$ este natural.

(2p) **g)** Să se arate că $f(y_1) + f(y_2) + f(y_3) = 3$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x(ax^2 + bx + c)$, unde $a, b, c \in \mathbf{R}$ şi funcţiile $g_n : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g_n(x) = e^x(-x^2 + (2n+1)x + n^2)$, $\forall\, n \in \mathbf{N}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$ şi $f''(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $g_n(0)$, $n \in \mathbf{N}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $g_0'(x)$, $\forall\, x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se determine $a, b, c \in \mathbf{R}$ dacă $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ şi $f''(0) = 4$.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducţiei matematice, să se arate că

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \ \forall\, n \in \mathbf{N}^*.$$

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{g_1(0) + g_2(0) + \ldots + g_n(0)}{n^3}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_0^1 g_0(x)\,dx$.